Roll No. ..... Total Pages: 08

2227

B.Sc. SECOND YEAR EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper – III

MECHANICS

Time: Three Hours

Maximum Marks: 75

PART – A (खण्ड – अ) *[Marks: 20]*

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) *[Marks: 35]*

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

*प्रत्येक इकाई से **एक–एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) *[Marks: 20]*

Answer any two questions (500 words each).

All questions carry equal marks.

*कोई **दो प्रश्न** कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो।*

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड– अ

Q.1 (i) Write the Cartesian equation of common Catenary.

सामान्य कैटनरी का कार्तीय समीकरण लिखिए।

(ii) Write the statement of "m-n" theorem.

"m-n" प्रमेय के कथन को लिखिये।

(iii) Write the principle of virtual work.

कल्पित कार्य का सिद्धान्त लिखिए।

(iv) Define time of flight of a projectile.

प्रक्षेप्य के उड्डयन काल को परिभाषित कीजिए।

(v) Write formula for tangential and normal accelerations.

स्पर्श रेखीय एवं अभिलाम्बिक त्वरण के सूत्र लिखिए।

(vi) Define Hooke's Law.

हुक के नियम को परिभाषित कीजिए।

(vii) What will be the sum of pressures at the ends of any diameter, if a particle goes right round a circle?

किसी वृत्त के व्यास के सिरों पर दबाव क्या होगा यदि कण वृत्त का पूरा चक्कर लगाता है?

(viii) Define centre of pressure.

दाब केन्द्र की परिभाषा लिखिए।

(ix) Write the principle of floatation.

प्लवमान के सिद्धान्त को लिखिए।

(x) What do you mean by centre of pressure of compound area?

संयुक्त क्षेत्र के दाब केन्द्र से आप क्या समझते हैं?

PART – B / खण्ड– ब

UNIT –I/ इकाई – I

Q.2 A sphere of given weight W, rests between two smooth planes, one vertical and other inclined at an angle α to the vertical. Find reactions of the planes on the sphere.

w भार का एक गोला दो चिकने समतलों के बीच में रखा हुआ है। एक समतल उर्ध्वाधर में है और दूसरा उर्ध्वाधर से α कोण बनाता है। गोले पर समतलों की प्रतिक्रियायें ज्ञात कीजिए।

Q.3 The extremities of a heavy string, of length $2l$ and weight $2l$ w, are attached to the small rings which can slide on a fixed horizontal wire. Each of these rings is acted on by a horizontal force equal to lw. Then show that the distance apart of the rings is $2l\log(1+\sqrt{2})$.

$2l$ लम्बाई की $2l$ w भार वाली भारी डोरी के छोरों पर दो छोटी घिरनियाँ लगी है जो एक स्थिर क्षैतिज तार पर फिसलती है। इन प्रत्येक घिरनियों पर lw के बराबर का क्षैतिज बल लगा हुआ है। प्रदर्शित कीजिए कि इन घिरनियों के मध्य दूरी $2l\log(1+\sqrt{2})$ है।

UNIT –II/ इकाई – II

Q.4 A particle is thrown over a triangle from one end of a horizontal base and grazing the vertex falls on the other end of the base. If A and B be the base angles and α the angle of projection. Prove that- $\tan\alpha = \tan A + \tan B$.

एक कण किसी त्रिभुज के क्षैतिज आधार के एक सिरे से फेंका जाता है जो त्रिभुज के शीर्ष से होकर आधार के दूसरे सिरे पर गिरता है। यदि त्रिभुज के आधार कोण A और B और प्रक्षेप कोण α हो, तो सिद्ध करो कि $-\tan\alpha = \tan A + \tan B$.

Q.5 From a point on a plane, which is inclined at an angle β to the horizon, a particle is projected with a velocity μ at an angle α with the horizontal. Find the range up the inclined plane and the time of flight.

समतल के एक बिन्दु से, जो क्षैतिज के साथ β कोण बनाता है, एक कण को μ वेग से क्षैतिज तल से α कोण की दिशा में फेंका जाता है। नत समतल के चढ़ान पर परास एवं उड्डयन काल ज्ञात कीजिए।

UNIT –III / इकाई – III

Q.6 Show that the time of descent to the center of force, the force varying inversely as the square of the distance from the center through the first half of its initial distance is to that through the last half as $\pi + 2 : \pi - 2$

यदि किसी कण पर क्रियाशील बल दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो, तो सिद्ध कीजिए कि बल केन्द्र की ओर चलने वाले पिन्ड द्वारा प्रथम आधी दूरी तथा द्वितीय आधी दूरी चलने में लगने वाले समय का अनुपात $\pi + 2 : \pi - 2$ होगा।

Q.7 A particle is moving with S.H.M. from on extremity of path towards the center is observed to be at distances x_1, x_2, x_3 from the center at the end of three successive seconds. Show that the time of a complete oscillation is $\frac{2\pi}{\theta}$, where $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$.

एक कण सरल आवर्त गति में गतिमान है। एक सिरे से केन्द्र को जाते हुए यह पाया गया कि लगातार तीन सैकण्ड़ों पर कण की केन्द्र से दूरी x_1, x_2, x_3 हैं। प्रदर्शित कीजिये कि एक दोलन का आवर्त काल $\frac{2\pi}{\theta}$ है, जहाँ $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$ है।

UNIT –IV / इकाई – IV

Q.8 Discuss the motion of a particle which is moving vertically downwards from rest through a medium whose resistance varies as the square of the velocity.

एक कण की गति की विवेचना कीजिये जो विरामावस्ता से गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ऐसे माध्यम में होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है।

Q.9 A quadrilateral ABCD is immersed in the liquid with CD in the free surface and sides AD and BC vertical of lengths α and β respectively. Find the depth of C.P. in terms of α and β.

एक चतुर्भुजाकार पटल ABCD की भुजा CD मुक्त पृष्ठ में है और भुजाएँ AD, BC उर्ध्वाधर तथा क्रमशः α, β लम्बाई की है। तो दाब केन्द्र की गहराई α, β के पदों में ज्ञात कीजिए।

UNIT –V / इकाई – V

Q.10 Prove that the depth of the center of pressure of a trapezium immersed in water with the side a in the free surface and the parallel side b at a depth h below the surface is $\left(\frac{a+3b}{a+2b}\right)\frac{h}{2}$.

एक समतल चतुर्भुज जल में इस प्रकार डुबाया जाता है कि भुजा a मुक्त पृष्ठ में और समान्तर भुजा b मुक्त पृष्ठ के नीचे h गहराई पर है। सिद्ध कीजिए कि इसके दाब केन्द्र की गहराई $\left(\frac{a+3b}{a+2b}\right)\frac{h}{2}$ है।

Q.11 A body floating in water has volumes V_1, V_2, V_3 above the surface when the densities of the surrounding air are respectively S_1, S_2, S_3. Prove that-

$$\frac{S_1 - S_3}{V_1} + \frac{S_3 - S_1}{V_2} + \frac{S_1 - S_2}{V_3} = 0.$$

जल में तैरते एक पिन्ड के V_1, V_2, V_3 आयतन जल के मुक्त पृष्ठ के बाहर रहते हैं, जबकि परिवायु के घनत्व क्रमशः S_1, S_2, S_3 है, तो सिद्ध करो कि –

$$\frac{S_1 - S_3}{V_1} + \frac{S_3 - S_1}{V_2} + \frac{S_1 - S_2}{V_3} = 0.$$

PART – C / खण्ड– स

Q.12 A uniform beam of length 2a rest in equilibrium against smooth vertical wall and over a smooth peg at a distance b from the wall. It θ be the inclination of the beam to the vertical, show that- $\sin^3 \theta = \frac{b}{a}$.

एक 2a लम्बाई की एक समान छड़ एक चिकनी खूँटी के ऊपर तथा चिकनी उर्ध्व दीवार के सहारे साम्यावस्था में है। खूँटी दीवार से b दूरी पर हो तथा दीवार से छड़ कोण θ बनाती हो, तो सिद्ध करो कि $\sin^3 \theta = \frac{b}{a}$.

Q.13 A string of length a forms the shorter diagonal of a rhombus formed of four uniform rods, each of length b and weight w which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal position, prove that the tension of the string is $\frac{2w\left(2b^2-a^2\right)}{6\sqrt{4b^2-a^2}}$.

a लम्बाई की एक डोरी चार एक समान परस्पर जुड़े हुए दण्डों द्वारा बने समचतुर्भुज का छोटे वाला विकर्ण बनाती है जहाँ प्रत्येक दण्ड की लम्बाई b और w है। यदि उनमें से एक दण्ड क्षैतिज स्थिति में आधारित किया गया हो, तो सिद्ध करो कि डोरी में तनाव $\frac{2w\left(2b^2-a^2\right)}{6\sqrt{4b^2-a^2}}$ है।

Q.14 The Radial and Transverse velocities of a particle are λr and $\pi\theta$. Find its path and show that its radial transverse components of acceleration are respectively

$\lambda^2 r - \frac{\pi^2\theta^2}{r}$ and $r\theta\left(\lambda + \frac{\pi}{r}\right)$.

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λ r तथा π θ है। इसका पथ ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि इसके अरीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः है कि $\lambda^2 r - \frac{\pi^2\theta^2}{r}$ तथा $r\theta\left(\lambda + \frac{\pi}{r}\right)$ होंगे।

Q.15 A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a, from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle the particle may pass through the center is $\sqrt{\left(\frac{ag}{2}\right)}\ (\sqrt{3}+1)$.

एक कण a त्रिज्या वाले उर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से वृत्त के अन्दर की ओर फेंका जाता हैं। यदि कण वृत्त को छोड़ने के पश्चात इसके केन्द्र से गुजरता हो, तो प्रक्षेप वेग निम्न होना चाहिए

$\sqrt{\left(\frac{ag}{2}\right)}\ (\sqrt{3}+1)$

Q.16 If ρ and ρ' be the densities of two liquids ($\rho < \rho'$) and the length of arms of a U tube in which they meet be m and n inches respectively. Prove that in order that the tube may be completely filled, the height of the column of the lighter fluid above the horizontal plane in which they meet must be $\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$.

यदि ρ तथा ρ' घनत्व के दो तरल ($\rho < \rho'$) एक U नली में मिलते हैं जिसकी भुजायें क्रमशः m तथा n इंच है। तो सिद्ध कीजिए कि तली को पूर्णतया भरने हेतु हल्के तरल के स्तम्भ की ऊँचाई उनके परस्पर मिलने से क्षैतिज समतल से $\frac{\rho'(m-n)}{(\rho'-\rho)}$ होनी चाहिए।