Roll No. ..... Total Pages: 08

2128

B.A. SECOND YEAR EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper – III

Mechanics

Time: Three Hours

Maximum Marks: 65

PART – A (खण्ड – अ) *[Marks: 20]*

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) *[Marks: 25]*

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

*प्रत्येक इकाई से **एक–एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) *[Marks: 20]*

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

*कोई **दो प्रश्न** कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।*

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड – अ

Q.1 Answer all questions.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i) Write statement of Lami's theorem.

लामी के प्रमेय का कथन लिखिए।

(ii) Define Coefficient of Friction.

घर्षण गुणांक को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define Virtual Work.

कल्पित कार्य की परिभाषा लिखिए।

(iv) Define Highest height of a Projectile.

प्रक्षेप्य की उच्चतम ऊँचाई को परिभाषित करिए।

(v) Define Simple Harmonic Motion.

सरल आवर्त गति की परिभाषा लिखिये।

(vi) Define Hook's law.

हुक के नियम को लिखिए।

(vii) What do you mean by Resisting Medium?

प्रतिरोधी माध्यम से आप क्या समझते हैं?

(viii) Define terminal velocity of a Particle.

किसी कण के अन्तिम वेग को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define Surface of equal densities.

समान घन्तव के पृष्ठ को परिभाषित कीजिए।

(x) Define Centre of pressure.

दाब केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

PART – B / खण्ड – ब

UNIT –I/ इकाई – I

Q.2 A sphere of radius r rests against a smooth vertical wall to which it is attached by a string of length ℓ fastened to a point on the surface. Find the tension of the string.

एक r त्रिज्या का चिकना गोला एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे साम्यावस्या में है। गोले की सतह के एक बिन्दु पर ℓ लम्बाई की रस्सी बंधी है, जिसका दूसरा सिरा दीवार के एक बिन्दु पर बँधा है। रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिए।

Q.3 A uniform ladder rests in limiting equilibrium with its lower end on a rough horizontal plane whose coefficient of friction is μ and its upper end against a smooth wall. Prove that the inclination of the ladder to the vertical is $\tan^{-1}(2\mu)$.

एक एकसमान सीढ़ी सीमान्त सन्तुलन में स्थित है, जिसका एक सिरा μ घर्षण गुणांक वाली रुक्ष भूमि पर है और दूसरा सिरा चिकनी दीवार के सहारे हैं। सिद्ध कीजिए कि सीढ़ी का ऊर्ध्वाधर से झुकाव $\tan^{-1}(2\mu)$ है।

UNIT –II / इकाई – II

Q.4 The line joining C to D is inclined at an angle α to the horizon, show that least velocity required shoot from C to D is $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$ time. The least velocity required shoot from D to C.

दो बिन्दु C तथा D को मिलाने वाली रेखा क्षैतिज के साथ α कोण निर्मित करती है। सिद्ध कीजिए C से D तक फेंकने का न्यूनतम वेग D से C तक फेंकने के लिये आवश्यक न्यूनतम वेग का $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$ गुना होगा।

Q.5 A sphere impinges directly on an equal sphere at rest. If the coefficient of restitution be e, show that their velocities after impact are as (1- e) : (1 + e).

एक गेंद किसी दूसरी समान मात्रा की गेंद से संघट्ट करती है जो कि विरामावस्था में है, यदि प्रत्यानन गुणांक e हो, तो संघट्ट के पश्चात् इन गेदों का वेग (1- e) : (1 + e) होगा।

UNIT –III / इकाई – III

Q.6 The radial and transverse velocities of a particle are λ r and $\mu\,\theta$. Find the path of particle.

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग λ r तथा $\mu\,\theta$ है। कण का पथ ज्ञात कीजिए।

Q.7 A particle is moving with S. H. M. Its distances from the middle point of its path at three, consecutive seconds are observed to be x_1, x_2, x_3. Prove that the time of a complete oscillation is:

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)}$$

एक S. H. M. में पथ के मध्य बिन्दु से किसी कण की तीन उत्तरोत्तर सेकण्डों में दूरियां x_1, x_2, x_3 हैं। सिद्ध कीजिए कि पूर्ण आर्वतकाल है।

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)}$$

UNIT –IV / इकाई – IV

Q.8 A particle is projected along the inner surface of a smooth vertical circle of radius a, its velocity at the lowest point being $\frac{1}{5}\sqrt{(95\ ag)}$. Show that it will leave the circle at an angular distance $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ from the highest point.

कोई कण a त्रिज्या के एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के अन्तः तल के साथ वृत्त के सबसे नीचे बिन्दु से $\frac{1}{5}\sqrt{(95\ ag)}$ वेग से फेंका जाता है। सिद्ध करों कि वह सर्वोच्च बिन्दु से $\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ कोणिय दूरी पर वृत्त से सम्पर्क छोड़ देगा।

Q.9 Two particles are let drop from the cusp of a cycloid down the curve at an interval of time t. Prove that they will meet in time $2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}+\frac{t}{2}$

दो कणों को t समय के अन्तराल में एक चक्रज के उभयाग्र से नीचे की ओर डाला जाता है। सिद्ध कीजिए कि ये कण परस्पर $2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}+\frac{t}{2}$ समय में मिलेंगे।

UNIT –V / इकाई – V

Q.10 If ρ and ρ' be the densities of two fluids ($\rho < \rho'$) and the length of the arms of a U – tube in which they meet be m and n respectively; Prove that in order that the tube may be completely filled, the height of the column of the lighter fluid above the horizontal plane in which they meet must be $\frac{(m-n)\,\rho'}{(\rho'-\rho)}$.

यदि ρ तथा ρ' घन्तव के दो तरल ($\rho < \rho'$) एक U नली में डालें जिसकी भुजायें m तथा n हैं सिद्ध कीजिए कि नली को पूर्णतया भरने हेतु हल्के तरल के स्तम्भ की ऊँचाई उनके परस्पर मिलने के क्षैतिज समतल से $\frac{(m-n)\,\rho'}{(\rho'-\rho)}$ होनी चाहिए।

Q.11 A square lamina is just immersed vertically in water and then lowered through a depth h. If a be length of the edge of the square. Prove that the distance of C. P. from the centre of the square is:

$$\frac{a^2}{6a+12h}$$

एक वर्ग पटल जल में ऊर्ध्वारतः ठीक डूबा है और तब उसको h गहराई नीचे किया जाता है। यदि वर्ग की एक भुजा की लम्बाई a हो, तो सिद्ध करो कि वर्ग के केन्द्र से दाब केन्द्र की दूरी हैः

$$\frac{a^2}{6a+12h}$$

PART – C / खण्ड – स

Q.12 Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is -

$$a\left[\frac{4\pi}{3}+\frac{3}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}\right]$$

सिद्ध कीजिए कि एक अंतहीन चेन की लंबाई, जो की एक गोलाकार चरखी पर लटकेगी जिसकी त्रिज्या a है, जोकि चरखी की परिधि के दो तिहाई हिस्से के संपर्क में रहें, वह है–

$$a\left[\frac{4\pi}{3}+\frac{3}{\log\left(2+\sqrt{3}\right)}\right]$$

Q.13 Find the loss of kinetic energy (K. E.) by direct impact of two smooth and elastic spheres.

दो चिकने तथा प्रत्यास्थ गोलों के सीधे संघट्ट से गतिज ऊर्जा का ह्रस ज्ञात कीजिए।

Q.14 A light elastic string of Natural length ℓ and Modulus of elasticity λ is hung by one end and to the other end is tied a particle of mass m. Discuss the motion of the particle.

एक ℓ प्राकृत लम्बाई तथा λ प्रत्यास्थ स्थिरांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एक सिरे से लटकी हुई है तथा इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यामान का एक कण बांधा गया है। कण की गति की विवेचना करो।

Q.15 A particle is protected with velocity u along a smooth horizontal plane in a medium whose resistance per unit mass is μ times the cube of the velocity. Show that the distance it has described in time t is:

$$\frac{1}{\mu u}\left[\sqrt{(1+2\,\mu\,u^2 t)}-1\right]$$

एक कण u वेग से एक चिकने क्षैतिज समतल पर ऐसे माध्यम में फेंका जाता है। जिसकी इकाई संहति के लिये प्रतिरोध μ (वेग)^3 है। सिद्ध कीजिए कि t समय पश्चात् इसके द्वारा चली दूरी है।

$$\frac{1}{\mu u}\left[\sqrt{(1+2\,\mu\,u^2 t)}-1\right]$$

Q.16 A Semi-circular lamina of radius a is immersed in liquid with the diameter in the surface. Find the depth of the CP.

त्रिज्या a का अर्द्धवृत्तीय पटल द्रव में इस प्रकार डूबा है कि उसका व्यास मुक्त पृष्ठ में है। दाब केन्द्र ज्ञात करो।