

1128
I YEAR ARTS EXAMINATION, 2018
MATHEMATICS
GEOMETRY
Paper -III

Time: Three Hours
Maximum Marks: 65

PART – A (खण्ड – अ) [Marks: 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – B (खण्ड – ब) [Marks: 25]

Answer five questions (250 words each).

Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – C (खण्ड – स) [Marks: 20]

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART – A / खण्ड— अ

Q.1 Answer the following-

निम्न के उत्तर दीजिए—

UNIT –I / इकाई – I

(i) Find the eccentricity of ellipse. $16x^2 + 9y^2 = 144$

दीर्घ वृत्त $16x^2 + 9y^2 = 144$ की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।

(ii) Find the Co-ordinates of the centre of conic whose equation is –

निम्न शांकव के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए –

$$36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$$

UNIT –II / इकाई – II

(iii) Define and find length of latus rectum of hyperbola-

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, के नाभिलम्ब को परिभाषित कीजिए तथा नाभिलम्ब की

लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(iv) Write the general equation of a circle in polar Co-ordinates.

वृत्त का ध्रुवीय निर्देशांक में व्यापक समीकरण लिखिए।

UNIT –III / इकाई – III

(v) Write the condition of co-planarity of two lines.

दो रेखाओं के समतलीय होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

- (vi) Write the condition for the Homogeneous equation of second degree to represent two planes.

द्विघात समीकरण के व्यापक समघात समीकरण द्वारा दो समतलों को निरूपित करने का प्रतिबन्ध लिखिए।

UNIT -IV / इकाई - IV

- (vii) Find the equation of sphere, the end of whose diameters are (1, 2, 3) and (-3, 5, 7).

उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके व्यास के सिरे (1, 2, 3) तथा (-3, 5, 7) हैं।

- (viii) Define right circular cone.

लम्बवृत्तीय शंकु को परिभाषित कीजिए।

UNIT -V / इकाई - V

- (ix) Define tangent plane.

स्पर्श तल को परिभाषित कीजिए।

- (x) Define principal planes.

मुख्य समतल को परिभाषित कीजिए।

PART - B / खण्ड- ब

UNIT -I / इकाई - I

- Q.2 If the chord through the points whose eccentric angle are α and β on the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ passes through the focus, then prove that- } \tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2} + \frac{1-e}{1+e} = 0$$

यदि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के बिन्दुओं जिनके उत्केन्द्र कोण α तथा β हैं, पर खींची हुई

जीवा नाभि से गुजरती है, तो सिद्ध करो कि - $\tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2} + \frac{1-e}{1+e} = 0$

Q.3 Prove that the locus of middle point of the portion of a tangent to the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ included between the axes in the curve - } \frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 4.$$

सिद्ध करो कि $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की स्पर्श रेखा को जो भाग अक्षों के मध्य है, उसके मध्य बिन्दु

का बिन्दु पथ $\frac{a^2}{x^2} + \frac{b^2}{y^2} = 4$ होता है।

UNIT -II / इकाई - II

Q.4 If e and e' be the eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola prove

that- $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$

यदि एक अतिपरवलय तथा इसके संयुग्मी अतिपरवलय के उत्केन्द्रताएं क्रमशः e तथा e' हो,

तो सिद्ध कीजिए कि $-\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$

Q.5 Prove that the locus of the poles of the normal chords of hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$a^6 y^2 - b^6 x^2 = (a^2 + b^2)^2 x^2 y^2$$

सिद्ध करो कि अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ की अभिलम्ब जीवाओं के ध्रुवों का बिन्दुपथ होगा—

$$a^6 y^2 - b^6 x^2 = (a^2 + b^2)^2 x^2 y^2$$

UNIT -III / इकाई - III

Q.6 Find the bisector of the acute angle between the planes-

$$2x - y + 2z + 3 = 0 \text{ and } 3x - 2y + 6z + 8 = 0$$

निम्न समतलों के मध्य न्यूनकोण का अर्ध व समतल ज्ञात कीजिए—

$$2x - y + 2z + 3 = 0 \text{ तथा } 3x - 2y + 6z + 8 = 0$$

Q.7 Find the equation of the through the point (1, 2, 3) and parallel to the line.

$$x - y + 2z = 5, \quad 3x + y + z = 6$$

बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो रेखा $x - y + 2z = 5$, $3x + y + z = 6$ के समान्तर है।

UNIT -IV / इकाई - IV

Q.8 Plane passes through a fixed point (a, b, c) and cut the axes in A, B, C. Show that the locus of centre of sphere OABC is –

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

एक समतल स्थिर बिन्दु (a, b, c) से गुजरता है एवं निर्देशी अक्षों को बिन्दु A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि गोले OABC के केन्द्र का बिन्दुपथ है—

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

Q.9 Find the equation of a right circular cone whose vertex, axis and semi vertical are as

follows- $(0, 0, 0); \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}; \frac{\pi}{6}$

उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष, अक्ष एवं अर्धशीर्ष कोण निम्न

है— $(0, 0, 0); \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}; \frac{\pi}{6}$

UNIT -V / इकाई - V

Q.10 Prove that the locus of the pole of the plane $lx + my + nz = p$ w. r. t. the system of

conicoid $\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{c^2 + \lambda} = 1$ where λ is the parameter, is a straight line

perpendicular to the given plane.

सिद्ध कीजिए कि शांकवज $\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} + \frac{z^2}{c^2 + \lambda} = 1$ जहां λ प्राचल है, कि समतल

$lx + my + nz = p$ के ध्रुव का बिन्दुपथ दिये समतल के लम्बवत् एक सरल रेखा होती है।

Q.11 If the tangent plane to the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ cuts off Intercepts form the

axes respectively, then show that - $\frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{b^2}{\beta^2} + \frac{c^2}{\gamma^2} = 1$

यदि दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ का स्पर्शी तल अक्षों से क्रमशः α, β, γ अन्तःखण्ड

काटता है तो सिद्ध कीजिए- $\frac{a^2}{\alpha^2} + \frac{b^2}{\beta^2} + \frac{c^2}{\gamma^2} = 1$

PART – C / खण्ड– स

UNIT –I / इकाई – I

Q.12 Find the asymptotes and equation of conjugate hyperbola of the hyperbola –

$$y^2 - xy - 2x^2 + 5y + x - 6 = 0$$

अति परवलय $y^2 - xy - 2x^2 + 5y + x - 6 = 0$, का अनन्त स्पर्शी तथा संयुग्मी अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT –II / इकाई – II

Q.13 PSP' is a focal chord of the conic, prove that tangents at P and P' intersect on the directrix.

PSP' किसी शांकव की नाभीय जीवा है, तो सिद्ध करो कि बिन्दु P और P' पर खींची गई स्पर्श रेखाएं एक दूसरे को नियता पर काटती है।

UNIT –III / इकाई – III

Q.14 Find the length and the equation of shortest distance between the lines:

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1} \text{ and } \frac{x-3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

निम्न रेखाओं के बीच लघुत्तम दूरी एवं लघुत्तमदूरी की रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए:

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1} \text{ तथा } \frac{x-3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

UNIT -IV / इकाई - IV

Q.15 Find the equation of Right circular cylinder whose curve is the circle-

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad x - 2y + 2z = 3$$

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वृत्त -

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad x - 2y + 2z = 3$$

UNIT -V / इकाई - V

Q.16 Find the locus of equal conjugate diameters of ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के समान संयुग्मी व्यास का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।
