

**1127**

**I YEAR ARTS EXAMINATION, 2018**

**MATHEMATICS**

**Paper-II**

**CALCULUS**

Time: Three Hours

Maximum Marks: 65

**PART – A (खण्ड – अ)**

[Marks: 20]

*Answer all questions (50 words each).*

*All questions carry equal marks.*

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART – B (खण्ड – ब)**

[Marks: 25]

*Answer five questions (250 words each).*

*Selecting one from each unit. All questions carry equal marks.*

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART – C (खण्ड – स)**

[Marks: 20]

*Answer any two questions (300 words each).*

*All questions carry equal marks.*

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

## PART – A / खण्ड— अ

Q.1 Answer the following-  
निम्न के उत्तर दीजिए—

### UNIT –I / इकाई – I

- (i) Write the angle of intersection of two polar curves.  
दो ध्रुवीय वक्रों का प्रतिच्छेदन कोण लिखिए।
- (ii) Write the statement of mean value theorem.  
मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिए।

### UNIT –II / इकाई – II

- (iii) Find the asymptotes parallel to the axes of the curve-  
निम्न वक्र की निर्देश अक्षों के समानान्तर अनन्त स्पर्शियां ज्ञात कीजिए—

$$\frac{a^3}{x^3} - \frac{b^3}{y^3} = 1$$

- (iv) Define point of inflexion.  
नति परिवर्तन बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

### UNIT –III / इकाई – III

- (v) Define Gamma function.  
गामा फलन को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Rectification.  
चापकलन को परिभाषित कीजिए।

### UNIT –IV / इकाई – IV

- (vii) Evaluate order and degree of the following differential equation.  
निम्नलिखित समीकरण के आर्डर और डिग्री का मूल्यांकन करें—

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt[3]{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^4}$$

- (viii) Solve the following differential equation-  
निम्न अवकलन समीकरण को हल कीजिए—

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$$

### UNIT –V / इकाई – V

- (ix) Solve -  $p^2 - 5p + 4 = 0$   
समीकरण  $p^2 - 5p + 4 = 0$  को हल कीजिए।
- (x) Write the complementary function of differential equation-  
 $(D^2 - 3D + 2) y = 0$   
अवकलन समीकरण  $(D^2 - 3D + 2) y = 0$ , का पूरक हल ज्ञात कीजिए।

## PART – B / खण्ड— ब

### UNIT –I / इकाई – I

- Q.2 Find the pedal equation of a cardioid  $r = a(1 - \cos\theta)$ .  
कार्डियोइड  $r = a(1 - \cos\theta)$  का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।
- Q.3 Verify Roll's theorem for the following function in the interval mentioned against them-  $f(x) = e^x \sin x, [0 \pi]$   
निम्न फलन का उसके सम्मुख प्रदर्शित अन्तराल के लिये रोल प्रमेय का सत्यापन कीजिए—  
 $f(x) = e^x \sin x, [0 \pi]$

### UNIT –II / इकाई – II

- Q.4 Prove for the Cardioid  $r = a(1 + \cos\theta)$ ,  $\frac{p^2}{a}$  is constant.  
कार्डियोइड  $r = a(1 + \cos\theta)$  के लिये सिद्ध करो कि  $\frac{p^2}{a}$  अचर है।
- Q.5 Trace the following Witch -  
निम्न विच का अनुरेखण कीजिए—  
 $xy^2 = 4a^2(2a - x)$

### UNIT –III / इकाई – III

- Q.6 Prove that -  
सिद्ध कीजिए -  
 $B(m, n) = B(m + 1, n) + B(m, n + 1)$
- Q.7 Find the area Common to following curves-  
 $y^2 = ax$  and  $x^2 + y^2 = 4ax$   
निम्न वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए—  
 $y^2 = ax$  तथा  $x^2 + y^2 = 4ax$

### UNIT –IV / इकाई – IV

- Q.8 Solve -  
हल कीजिए -  
 $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$
- Q.9 Solve exact differential equation -  
निम्न यथार्थ अवकल समीकरण को हल कीजिए—  
 $(x^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$

### UNIT –V / इकाई – V

- Q.10 Solve -  
हल कीजिए -  
 $x + y p^2 = (1 + xy)p$

Q.11 Solve -

हल कीजिए -

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^x$$

**PART - C / खण्ड- स**

**UNIT -I / इकाई - I**

Q.12 By using Taylor's theorem prove that -

$$\tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1}(x) + (h \sin z) \frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \dots$$

Where  $z = \cot^{-1} x$

टेलर प्रमेय का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए-

$$\tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1}(x) + (h \sin z) \frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} - \dots$$

जहां  $z = \cot^{-1} x$

**UNIT -II / इकाई - II**

Q.13 Find the asymptotes of the cubic curve-

निम्न वक्र की अन्नत स्पर्शिया ज्ञात कीजिए-

$$y^3 - 5xy^2 + 8x^2y - 4x^3 - 3y^2 + 9xy - 6x^2 + 2x - 2y - 1 = 0$$

**UNIT -III / इकाई - III**

Q.14 Prove that the whole length of the following curve is  $\pi a\sqrt{2}$ .

$$x^2(a^2 - x^2) = 8a^2y^2$$

सिद्ध कीजिए कि निम्न वक्र की कुल लम्बाई  $\pi a\sqrt{2}$  है।

$$x^2(a^2 - x^2) = 8a^2y^2$$

**UNIT -IV / इकाई - IV**

Q.15 Solve -

हल कीजिए -

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x}(\log y) = \frac{y}{x^2}(\log y)^2$$

**UNIT -V / इकाई - V**

Q.16 Solve -

हल कीजिए -

$$x^3 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2y = 10 \left( x + \frac{1}{x} \right)$$