

MAT8771T

M.Sc. FIRST SEMESTER (NEP) EXAMINATION, 2023-24

MATHEMATICS

Numerical Analysis

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 80

PART-A/ भाग-अ

[Marks :16]

Answer all eight questions (Maximum 50 words each).

All questions carry equal marks.

**सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।**

PART-B/ भाग-ब

[Marks :40]

Answer five questions (Maximum 250 words each)

selecting one from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-C/ भाग-स

[Marks :24]

Answer any two questions (Maximum 300 words each).

All questions carry equal marks.

**किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।**

PART-A/ भाग-अ

1. (i) Write Birge-Vieta formula.
बिर्जे-विएटा सूत्र लिखिए।
- (ii) Define method of Successive approximation.
उत्तरोत्तर सन्निकटन विधि को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define curve fitting.
वक्र फिटिंग को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define linear square error criterion.
रैखिक वर्ग त्रुटि मानदंड को परिभाषित कीजिए।
- (v) Write the formula of Euler's modified method.
यूलर के संशोधित विधि का सूत्र लिखिए।
- (vi) Define Boundary value problems.
बाउन्डरी वैल्यू प्रॉबलम्स को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define complex eigenvalues.
जटिल आइगन मानों को परिभाषित कीजिए।
- (viii) Write the formula of Runge-Kutta method upto fourth order.
चतुर्थ कोटि तक के रूंगा-कुट्टा विधि का सूत्र लिखिए।

PART-B/ भाग-ब

UNIT-I/ इकाई-I

2. Find the root of the equation $x^3 - 11x^2 + 32x - 22 = 0$ taking initial approximation $\alpha_0 = 0.5$ by Birge - Vieta method.

बिर्जे-विएटा विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 11x^2 + 32x - 22 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए जबकि प्रारंभिक सन्निकटन $\alpha_0 = 0.5$ है।

3. Apply Gauss-Jordan-Cholesky method to solve the equation :

गॉस-जॉर्डन-चोलेस्की विधि का प्रयोग करते हुए समीकरण को हल कीजिए :

$$\begin{aligned} x + y + z &= 9 \\ 2x - 3y + 4z &= 13 \\ 3x + 4y + 5z &= 40 \end{aligned}$$

UNIT-II/ इकाई-II

4. Using the least-squares method, find the straight line $y = ax + b$, that fits the following data :

लीस्ट स्क्वॉयर विधि का उपयोग करते हुए सरल रेखा $y = ax + b$ प्राप्त कीजिए जो निम्न आंकड़ों को संतुष्ट करती हो :

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 |
| y | 15 | 17 | 19 | 14 | 10 | 7 |

5. Fit a function of the form $y = ax^b$ to the following data.

निम्न आंकड़ों को संतुष्ट करने वाले फलन $y = ax^b$ को ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| x | 2 | 4 | 7 | 10 | 20 | 40 | 60 | 80 |
| y | 43 | 25 | 18 | 13 | 8 | 5 | 3 | 2 |

UNIT-III/ इकाई-III

6. Using Euler's modified, obtain a solution of the equation $\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$ with the initial condition $y = 1$ at $x = 0$ for the range $0 \leq x \leq 0.6$ in steps of 0.2 correct upto four places of decimals.

यूलर की संशोधित विधि का उपयोग करते हुए समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$ का हल, प्रारंभिक शर्त $x = 0$ पर $y = 1$ तथा परास $0 \leq x \leq 0.6$ के लिए दशमलव के चार स्थानों तक पद 0.2 पर ज्ञात कीजिए।

7. Use Runge-Kutta fourth order to solve $\frac{dy}{dx} = xy$ for $x = 1.4$. Initially $x = 1, y = 2$ (take $h = 0.2$).

चतुर्थ कोटि के रूंगा-कुट्टा विधि का उपयोग करते हुए समीकरण $\frac{dy}{dx} = xy$ को $x = 1.4$ पर हल कीजिए। प्रारंभिक $x = 1, y = 2$ ($h = 0.2$ लीजिए)।

UNIT-IV/ इकाई-IV

8. Derive finite difference method.

परिमित अंतर विधि को व्युत्पन्न कीजिए।

9. Find the real eigenvalues and eigenfunctions for the boundary value problem $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, 3y(\pi) - y'(\pi) = 0$.

बाउंड्री वैल्यू प्रॉब्लम $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, 3y(\pi) - y'(\pi) = 0$ के लिए वास्तविक आइगेन मान तथा आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/ इकाई-V

10. Derive approximation of function by Chebyshev polynomial.

चेबीशेव बहुपद द्वारा फलन का सन्निकटन व्युत्पन्न कीजिए।

11. Find the least-square parabolic fit of the form $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ to the following data :

दिए गए आंकड़ों के आधार पर $y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ रूप के लिए स्ववायर परवलयिक ज्ञात कीजिए।

| | | | | |
|-----|----|----|---|---|
| x | -3 | -1 | 1 | 3 |
| y | 15 | 5 | 1 | 5 |

PART-C/ भाग-स

12. Use Gauss elimination method to solve the following system of equations :

गॉस विलोपन विधि का उपयोग करते हुए निम्न समीकरणों की प्रणाली को हल कीजिए :

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

13. Fit a second degree parabola to the following data and taking x as independent variable.

x को स्वतंत्र चर लेते हुए निम्न आंकड़ों को द्वितीय कोटि परवलय में समायोजित कीजिए :

| | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|----|----|----|----|---|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| y | 2 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 11 | 10 | 9 |

14. Use shooting method to solve the equation :

शूटिंग विधि का उपयोग करते हुए समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = 3x \quad : y(0) = 0, \quad y(6) = 0$$

15. Explain Taylor series method.

टेलर श्रेणी विधि को विस्तारित कीजिए।

16. Use Gauss-Seidel method to solve the following system of equations :

गॉस-सीडल विधि का उपयोग करते हुए निम्न समीकरण प्रणाली को हल कीजिए :

$$4x + y + 2z = 4$$

$$3x + 5y + z = 7$$

$$x + y + 3z = 3$$

----- × -----