

**6665**

**B. Sc./B. Ed. Part – I (Integrated) Examination, 2019**

**MATHEMATICS – III**  
(Geometry)

Time: Three Hours

Maximum Marks: 55

**PART – A (खण्ड – अ)**

[Marks: 10]

*All questions are mandatory.*

*The answer to each question should not exceed 50 words.*

*Each question is of 1 marks.*

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

**PART – B (खण्ड – ब)**

[Marks: 25]

*Attempt five questions selecting one question from each unit.*

*The answer to each question should not exceed 250 words.*

*Each question is of 5 marks.*

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

**PART – C (खण्ड – स)**

[Marks: 20]

*Attempt any two questions.*

*Answer should not exceed 300 words. Each question is of 10 marks.*

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

## PART – A / खण्ड – अ

- Q.1 (i) Write general equation of conic section.  
शांकव परिच्छेद का व्यापक समीकरण लिखो।
- (ii) Define latus rectum of an ellipse and write the coordinates of its ends.  
दीर्घवृत्त के नाभिलम्ब को परिभाषित करो एवं उनके सिरों के निर्देशांक लिखो।
- (iii) Define latus rectum of hyperbola.  
अति परवलय के नाभिलम्ब की परिभाषा लिखो।
- (iv) What will be equation of a circle in polar coordinate when pole lies on the circle?  
यदि ध्रुव वृत्त पर स्थित हो, तो वृत्त का ध्रुवीय निर्देशांकों में समीकरण क्या होगा?
- (v) Write the equation of a plane passing through three given points.  
तीन असंरेख बिन्दुओं से होकर जाने वाले समतल का समीकरण लिखो।
- (vi) Define plane.  
समतल को परिभाषित करो।
- (vii) Define cone.  
शंकु की परिभाषा लिखो।
- (viii) Find the centre and radius of the following sphere.  
निम्न गोले का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात करो –  
 $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z - 5 = 0$
- (ix) Write general equation of second degree in three dimensions.  
त्रिविम निर्देशांकों में द्विघात के व्यापक समीकरण को लिखो।
- (x) Define tangent plane.  
स्पर्श तल को परिभाषित करो।

## PART – B / खण्ड – ब

### UNIT – I / इकाई – I

- Q.2 Find the equation of the following conic referred to the centre as origin.  
केन्द्र को मूल बिन्दु लेकर निम्न शांकव का समीकरण ज्ञात करो।  
 $x^2 + y^2 + x + y - 1 = 0$

- Q.3 Prove that the line  $x \cos\alpha + y \sin\alpha = P$  is a tangent to ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,

if  $P^2 = a^2 \cos^2\alpha + b^2 \sin^2\alpha$

सिद्ध करो कि रेखा  $x \cos\alpha + y \sin\alpha = P$  दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  को स्पर्श करती है, तो

$P^2 = a^2 \cos^2\alpha + b^2 \sin^2\alpha$

## UNIT – II/ इकाई – II

Q.4 Find the locus of the poles of chords of hyperbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Which subtend a right angle at the centre?

अतिपरवलय  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  की उन जीवाओं के ध्रुवों का बिन्दु पथ ज्ञात करो जो केन्द्र पर समकोण अन्तरित करते हैं।

Q.5 If PSP' is a Focal chord of conic then, Prove that the tangent at P and P' intersect on directrix.

यदि PSP' किसी शांकव की नाभीय जीवा है, तो सिद्ध करो कि बिन्दु P तथा P' पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ एक दूसरे को नियत पर काटती हैं।

## UNIT – III/ इकाई – III

Q.6 A plane meets coordinate axes in A, B, C such that the centroid of the triangle ABC is the point (a, b, c). Show that the equation of the plane.

एक समतल निर्देशांक अक्षों को A, B, C में इस प्रकार काटता है कि  $\Delta ABC$  का केन्द्रक बिन्दु (a, b, c) है। सिद्ध करो—  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$

Q.7 Find the equation of the line through the points (1, 2, 3) and parallel to the line.

$$x - y + 2z = 5, 3x + y + z = 6$$

बिन्दु (1, 2, 3) से गुजरने वाली उस रेखा के समीकरण ज्ञात करो जो रेखा  $x - y + 2z = 5$ ,  $3x + y + z = 6$  के समान्तर है।

## UNIT – IV/ इकाई – IV

Q.8 A sphere of constant radius k passes through the origin meet the axes in A, B, C. Prove that locus of the centroid of the triangle ABC is  $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ .

अचर त्रिज्या k का एक गोला मूल बिन्दु से गुजरता है एवं निर्देशांकों को A, B, C पर काटता है। सिद्ध करो कि  $\Delta ABC$  के केन्द्रक का बिन्दुपथ  $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$  है।

Q.9 Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the z axis and intersects the curve  $ax^2 + by^2 = 2z$ ,  $lx + my + nz = p$

उस बेलन का समीकरण ज्ञात करो जिसके जनक z – अक्ष के समान्तर हैं तथा वक्र  $ax^2 + by^2 = 2z$ ,  $lx + my + nz = p$  को काटते हैं।

## UNIT – V/ इकाई – V

Q.10 Find the equation of the plane section of the conicoid  $f(x, y, z) = 0$  whose centre is  $(\alpha, \beta, \gamma)$ .

शांकवाज  $f(x, y, z) = 0$  के उस समतल प्रतिच्छेद का समीकरण ज्ञात करो जिसका केन्द्रक  $(\alpha, \beta, \gamma)$  है।

Q.11 Find the equation of the diametral plane of the conicoid  $f(x, y, z) = 0$  which bisects chords parallel to line.  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$

शांकवाज  $f(x, y, z) = 0$  के उस व्यासीय समतल का समीकरण ज्ञात करो, जो सरल रेखा  $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$  के समान्तर जीवा निकाय को समद्विभाजित करता है।

### **PART – C / खण्ड – स**

Q.12 Show that the locus of the poles of normal chords of the ellipses  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  is the curve

$$\frac{a^6}{x^2} + \frac{b^6}{y^2} = (a^2 - b^2).$$

सिद्ध करो कि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के अभिलम्ब जीवाओं के ध्रुवों का बिन्दुपथ वक्र  $\frac{a^6}{x^2} + \frac{b^6}{y^2} = (a^2 - b^2)$  होगा।

Q.13 Find the equations of the tangents and normal to the hyperbola  $xy = c^2$  at the point  $(x_1, y_1)$

अति परवलय  $xy = c^2$  के लिये  $(x_1, y_1)$  पर स्पर्श रेखा एवं अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात करो।

Q.14 A variable plane is at a constant distance P from the origin O and meets the axes in A, B, C. Show that the locus of the centroid of the tetrahedron OABC is.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{16}{p^2}$$

एक चर समतल मूल बिन्दु O से P दूरी पर है, तथा अक्षों को A, B, C बिन्दुओं पर काटता है। सिद्ध करो कि चतुष्फलक OABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ होगा।

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{16}{p^2}$$

Q.15 Prove that the plane  $ax + by + cz = 0$  cuts the cone  $yz + zx + xy = 0$  in perpendicular lines if  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ .

सिद्ध करो कि समतल  $ax + by + cz = 0$  शंकु  $yz + zx + xy = 0$  को लम्ब रेखाओं में काटता है। यदि

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

Q.16 Find the principal directions and principal plane of the following coincide.

निम्न शांकवाज की मुख्य दिशा एवं मुख्य तल ज्ञात करो –

$$3x^2 - y^2 - z^2 + 6yz - 6x + 6y - 2z - z = 0$$

-----